

Układy Regulacji Automatycznej

Politechnika Poznańska
Instytut Automatyki i Robotyki

ĆWICZENIE 3

CIĄGŁE REGULATORY PID.

Celem ćwiczenia jest analiza cech dynamicznych ciągłego regulatora PID w dziedzinie czasu i częstotliwości oraz badanie statycznej i dynamicznej jakości regulacji z wykorzystaniem regulatora PID w dwóch przypadkach: realizowalności sygnału sterującego oraz ograniczenia sygnału sterującego.

1 Regulator PID – analiza czasowa i częstotliwościowa

Ciągły regulator PID, którego transmitancja operatorowa przyjmuje postać:

$$G_{PID}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + sT} = \frac{(TT_i k_p + T_i T_d)s^2 + (T + T_i k_p)s + 1}{TT_i s^2 + T_i s}, \quad (1)$$

gdzie: k_p, T_i, T_d – parametry (nastawy) regulatora, T – stała czasowa inercji bloku D (dla regulatora idealnego: $T = 0$), stanowi pewien obiekt dynamiczny o specyficznych właściwościach powszechnie wykorzystywanych w celu realizacji zadań regulacji w ciągłych URA¹. Właściwości dynamiczne regulatora (1) określa się na podstawie jego odpowiedzi skokowej oraz częstotliwościowych charakterystyk Bode’go (Nyquist’a).

- 1.1 Zamodelować regulator opisany transmitancją (1) w środowisku SIMULINK w postaci równoległego połączenia bloków P, I oraz D. Przyjąć wartości parametrów: $k_p = 1, T_i = 1, T_d = 1, T = 0.1$.
- 1.2 Przeprowadzić symulacje odpowiedzi obiektu (1) na sygnał wejściowy $e(t) = \mathbf{1}(t)$ i przeanalizować przebiegi poszczególnych składowych u_P, u_I, u_D . Porównać odpowiedź regulatora PID z odpowiedzią skokową regulatorów P, PI, PD. Na podstawie uzyskanych przebiegów określić wartości odpowiednich nastaw regulatora.
- 1.3 Zbadać wpływ zmian wartości nastaw k_p, T_i, T_d na przebieg odpowiedzi skokowej regulatora PID (oraz przebiegi poszczególnych składowych sygnału odpowiedzi) dla następujących zestawów wartości: $k_p = \{0.5, 2\}, T_i = \{0.5, 2\}, T_d = \{0.5, 2\}$.
- 1.4 Zbadać wpływ zmiany wartości stałej czasowej inercji T na odpowiedź skokową regulatora PID dla następującego zestawu wartości: $T = \{10, 1, 0.1, 0.01, 0.001\}$ (w praktyce przyjmuje się wartość stałej T tak, aby $\frac{T_d}{T} \approx 10$).
 - Jaki jest wpływ wartości stałej czasowej inercji T na charakter odpowiedzi regulatora PID? Jakie znaczenie ma występowanie inercji w bloku różniczkującym regulatora? Jakiej odpowiedzi skokowej należy się spodziewać, gdy założymy, że $T \rightarrow 0$?

¹Warto zauważyć, że w przypadku, gdy $T > 0$ transmitancja (1) nie jest ściśle właściwa, a dla $T = 0$ jest wręcz niewłaściwa – stopień wielomianu licznika $>$ od stopnia wielomianu mianownika(!).

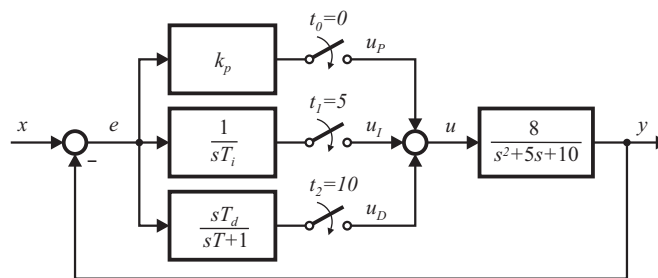
- 1.5 Zamodelować w środowisku MATLAB transmitancję regulatora PI opisanego równaniem (1) (należy przyjąć: $T_d = 0$). Wartości pozostałych nastaw regulatora: $k_p = 1, T_i = 1$.
- 1.6 Zamodelować w środowisku MATLAB transmitancję idealnego regulatora PD opisanego równaniem (1) (należy przyjąć: $T_i = \infty, T = 0$). Wartości pozostałych nastaw regulatora: $k_p = 1, T_d = 0.1$.
- 1.7 Wykorzystując nakładkę *LTI Viewer* MATLAB'a przeanalizować charakterystyki Bode'go i Nyquist'a obu regulatorów PI oraz PD na wspólnym wykresie.
- 1.8 Zamodelować transmitancję regulatora PID jako sumę transmitancji regulatorów PI i PD. Na wspólnym wykresie przedstawić charakterystyki częstotliwościowe PI i PD oraz PID.
 - Jaka jest fizyczna interpretacja otrzymanych charakterystyk?
 - Czy z sumy transmitancji w (1) wynika suma charakterystyk logarytmicznych?
- 1.9 Porównać charakterystyki odpowiednich regulatorów dla wartości stałej wyprzedzenia $T_d = 10$ i niezmienionych pozostałych nastaw ($T = 0$).
- 1.10 Porównać charakterystyki odpowiednich regulatorów dla wartości stałej wyprzedzenia $T_d = 0.1$, stałej czasowej inercji $T = 0.01$ i niezmienionych pozostałych nastaw.
 - Jaki fizyczny skutek będzie miało występowanie inercji w dynamice bloku D?

2 URA z regulatorem PID

Regulator PID jest najczęściej wykorzystywanym regulatorem w praktyce przemysłowej. Każdy składowy blok regulatora spełnia w układzie regulacji specyficzną funkcję pozwalającą na uzyskanie wymaganej statycznej i dynamicznej jakości regulacji. Blok proporcjonalny P odpowiada za stałe wzmacnianie błędu regulacji w całym paśmie częstotliwości (w stanie ustalonym i stanach przejściowych) i stanowi *rdzeń* całego regulatora. Blok całkujący I odpowiada za zwiększenie dokładności statycznej (w stanach ustalonych), a blok różniczkujący D pozwala na poprawę jakości dynamicznej (w stanach przejściowych).

Rozważać będziemy URA z regulatorem PID oraz obiektem regulacji opisanym transmitancją drugiego rzędu²:

$$G(s) = \frac{8}{s^2 + 5s + 10}. \quad (2)$$



Rysunek 1: URA z regulatorem PID.

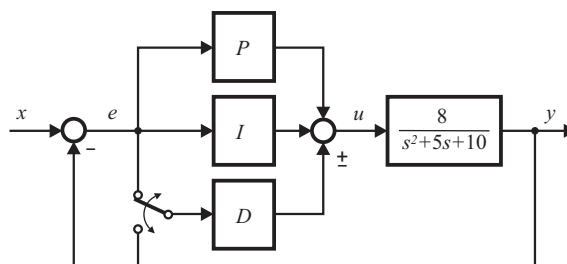
²Transmitancja ta opisuje dynamikę ruchu windy zawieszzonej na linach z elastycznymi końcówkami, gdzie sygnałem wymuszającym jest przemieszczenie elastycznej końcówki, a odpowiedzią pozycja windy.

- 2.1** Zamodelować generator sygnału prostokątnego o amplitudzie $A = 1$ i częstotliwości $f = 0.1[\text{Hz}]$ (blok *Signal Generator*) oraz blok regulatora PID z zastępującymi wartościami nastaw: $k_p = 8, k_i = 15, T_d = 1, T = 0.01$.
- 2.2** Przeprowadzić symulacje URA z zamodelowanym regulatorem oraz obiektem (2) w horyzoncie czasowym $t_h = 20[\text{s}]$ załączając blok P w chwili $t_0 = 0$ (regulator P), blok I w chwili $t_1 = 5[\text{s}]$ (regulator PI), a blok D w chwili $t_2 = 10[\text{s}]$ (regulator PID) – rys. 1.
- Czy URA zapewnia odtwarzanie sygnału zadanego po załączeniu odpowiednich bloków?
 - Jaki mają przebieg sygnały sterujące z poszczególnych bloków regulatora PID i jaki mają wpływ na jakość odpowiedzi URA?
- 2.3** Przeprowadzić analizę wpływu wartości nastaw poszczególnych bloków regulatora PID na statyczną i dynamiczną jakość odpowiedzi obiektu w URA.
- Czy analizowany układ regulacji jest stabilny dla wszystkich możliwych wartości nastaw regulatora PID (sprawdzić doświadczalnie)?

3 Praktyczne aspekty realizacji URA z regulatorem PID

W praktyce realizacja URA z regulatorem PID nastęrcza pewne trudności. Dwa główne problemy, które pojawiają się podczas praktycznej implementacji takiego regulatora wynikają z konieczności różniczkowania sygnałów nieciągłych (w przypadku nieciągłych sygnałów zadanych) oraz z ograniczenia wartości sygnału sterującego podawanego na obiekt regulacji wynikającego z praktycznego nasycenia sterowania w układzie wykonawczym lub w samym regulatorze (skończona reprezentacja liczb w systemach cyfrowych lub nasycenie wzmacniaczy operacyjnych w systemach analogowych).

Problem różniczkowania sygnałów nieciągłych można w niektórych przypadkach rozwiązać poprzez podanie na blok D regulatora sygnału zwrotnego (porównywanego) zamiast całego uchybu regulacji. Sygnał zwrotny mianowicie wynika jedynie z przebiegu odpowiedzi obiektu regulacji pobudzanego sygnałem ciągłym i z tego względu jest także sygnałem ciągłym (pochodna istnieje i jest ograniczona).



Rysunek 2: URA z regulatorem PID i przełączanym sygnałem różniczkowanym.

3.1 Przeprowadzić symulacje działania URA z punktu poprzedniego (z załączonymi wszystkimi składowymi blokami regulatora PID) podłączając do bloku D odpowiednio: sygnał uchybu lub sygnał zwrotny (**należy zwrócić uwagę na znak przy sygnale u_D w sumatorze regulatora PID przy przełączaniu sygnału!**) – rys. 2. Porównać przebiegi sterowania i składowej z bloku D w obu przypadkach. Przyjąć następujące wartości nastaw regulatora: $k_p = 10, k_i = 8, T_d = 1, T = 0.01$.

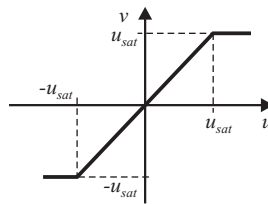
- Czy zmiana sygnału podawanego na blok D pozwala na ograniczenie kosztu sterowania u_D oraz u_{PID} (koszt sterowania definiuje się jako: $J_u = \int_0^{t_h} u^2(t)dt$)?
- Czy zmiana sygnału podawanego na blok D znacząco wpływa na zmianę jakości regulacji?
- Czy blok różniczkujący pobudzany sygnałem zwrotnym pozwala na uzyskanie odpowiedzi URA, w której nie występują oscylacje (odpowiedzi udzielić zwiększając stopniowo wartość nastawy T_d)?

Nasycenie sygnału sterującego występujące w URA nie pozwala zwykle na realizację obliczonego teoretycznie sygnału sterującego $u(t)$. Takie działanie układu jest szczególnie niekorzystne, gdy regulator zawiera blok całkujący, a obiekt sterowania jest astatyczny – może ono nawet doprowadzić do niestabilności całego układu. Brak możliwości podania na obiekt regulacji obliczonej wartości sterowania $u(t)$ powoduje zaburzenie pracy bloku całkującego regulatora – niemożność prawidłowego ładowania i rozładowania wartości całki. W efekcie powstaje zjawisko *wind-up* objawiające się nadmiernym pobudzeniem obiektu i występowaniem znacznych przeregulowań w jego odpowiedzi lub dryfem (*pełzaniem*) odpowiedzi w pobliżu stanu ustalonego³.

Zjawisko nasycenia sygnału sterującego modeluje się funkcją $v = \text{sat}(u, u_{\text{sat}})$, gdzie (rys. 3):

$$\text{sat}(u, u_{\text{sat}}) = \begin{cases} u, & \text{gdy } |u| < u_{\text{sat}}, \\ \text{sign}(u) u_{\text{sat}}, & \text{gdy } |u| \geq u_{\text{sat}}. \end{cases}$$

Z powyższej definicji wynika, że sygnał v fizycznie podawany na obiekt regulacji jest już sygnałem ograniczonym do wartości $\pm u_{\text{sat}}$. Efekt *wind-up* można ograniczyć bądź wyeliminować poprzez różne sposoby ograniczania procesu całkowania w regulatorze lub odpowiednią modyfikację sygnału referencyjnego.



Rysunek 3: Funkcja $v = \text{sat}(u, u_{\text{sat}})$.

³Terminem *dryf* określa się powolną zmianę wartości sygnału wraz z upływem czasu.

3.2 Zamodelować generator sygnału prostokątnego o amplitudzie $A = 1$ i częstotliwości $f = 0.03[\text{Hz}]$ (blok *Signal Generator*).

3.3 Przeprowadzić symulacje działania URA z regulatorem z punktu poprzedniego (z załączonymi wszystkimi składowymi blokami regulatora PID) i obiektem astatycznym postaci^a:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

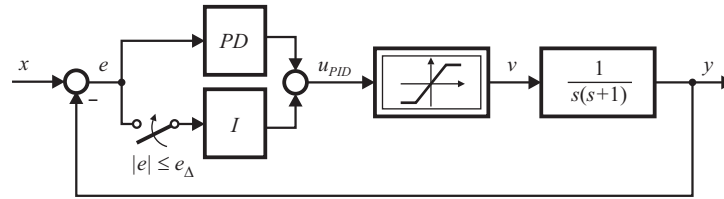
w horyzoncie czasowym $t_h = 80[\text{s}]$ włączając szeregowo w torze sterowania (za regulatorem) blok nasycenia (blok *Saturation*) z wartościami progowymi $u_{sat} = \pm 200$ – patrz rys. 4. Przyjąć następujące wartości nastaw regulatora: $k_p = 10, k_i = 5, T_d = 1, T = 0.1$. Zbadać jakość regulacji dla kilku różnych wartości progowych nasycenia sterowania: $u_{sat} = \{\pm 50, \pm 10, \pm 1, \pm 0.1, \pm 0.01\}$.

- Czy sygnał sterujący w całym horyzoncie czasowym wchodzi w nasycenie?
- W jaki sposób nasycenie sterowania wpływa na jakość regulacji?
- Czy wynikowy URA z nasyceniem sterowania jest nadal układem liniowym?

3.4 Wprowadzić ograniczenie procesu całkowania w bloku I regulatora do tunelu $e_\Delta = 0.1$ (rys. 4). Przeprowadzić ponownie symulacje działania URA z nasyceniem $u_{sat} = 1$. Wyłączyć ograniczenie całkowania (blok I działa w całym horyzoncie czasowym symulacji) i porównać jakość regulacji.

- Czy wprowadzenie ograniczenia całkowania w regulatorze pozwala na ograniczenie zjawiska wind-up?
- Jak można zaproponować inne sposoby ograniczenia procesu całkowania w regulatorze gwarantujące żadaną jakość statyczną regulacji i pozwalające na ograniczenie zjawiska wind-up?

^aTransmitancja ta modeluje serwomechanizm z silnikiem prądu stałego z pominiętą dynamiką obwodu elektromagnetycznego.



Rysunek 4: URA z nasyceniem sygnału sterującego i z ograniczeniem procesu całkowania w bloku I regulatora.

□