

Układy Regulacji Automatycznej

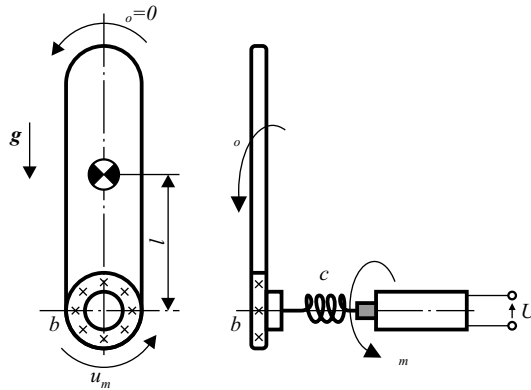
Politechnika Poznańska
Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów

ĆWICZENIE 4

UKŁADY REGULACJI DLA RÓŻNYCH ZADAŃ STEROWANIA.

Celem ćwiczenia jest jakościowa analiza działania układów regulacji automatycznej projektowanych z wykorzystaniem technik sprzężenia wyprzedzającego oraz zwiększania astatyzmu toru otwartego dla różnych zadań sterowania: śledzenia trajektorii wielomianowych i niewielomianowych oraz nadążania za trajektorią nieznaną a priori. Podczas realizacji ćwiczenia szczególną uwagę należy zwrócić na kwestie jakości realizacji zadania sterowania, stabilności układów regulacji, prostotę syntezy regulatorów oraz praktyczną realizowalność proponowanych schematów.

1 Model obiektu regulacji



Rysunek 1: Schemat pojedynczego ogniwa manipulatora z podatnością w przegubie.

Rozważmy uproszczony fizyczny model pojedynczego ogniwa manipulatora (rys.1). Ogniwo o masie m skupionej w środku masy belki w punkcie oddalonym o długość l od osi obrotu napędzane jest silnikiem, za pośrednictwem skrętnej sprężyny o sztywności c . Silnik wytwarza moment napędowy u_m . W przegubie ogniwa występuje zjawisko tarcia wiskotycznego (współczynnik b). Kąt obrotu ogniwa oznaczono jako θ_o , a kąt obrotu wału silnika jako θ_m . Na ogniwo oddziałuje przyspieszenie grawitacyjne g . System ten stanowić będzie nasz obiekt sterowania, dla którego zaprojektowane zostaną układy regulacji. Przyjmijmy ponadto, że sygnałem wyjściowym będzie kąt obrotu ogniwa $\theta_o(t)$, a wymuszeniem kąt obrotu silnika $\theta_m(t)$.

Korzystając z zasady d'Alemberta równania równowagi momentów sił występujących w systemie przyjmują postać¹:

$$J\ddot{\theta}_o + b\dot{\theta}_o + mgl \sin \theta_o = c(\theta_m - \theta_o)$$

¹Dla uproszczenia całkowicie pomijamy dynamikę silnika.

$$c(\theta_o - \theta_m) = u_m,$$

gdzie $J = ml^2$. Zakładając niewielkie ruchy ogniwa wokół pozycji $\theta_o = 0$ przyjmuje się następujący uproszczony model liniowy ($\sin \theta_o \approx \theta_o$):

$$J\ddot{\theta}_o + b\dot{\theta}_o + mgl\theta_o = c(\theta_m - \theta_o) \quad (1)$$

$$c(\theta_o - \theta_m) = u_m. \quad (2)$$

Korzystając z równania (1) i zakładając zerowe warunki początkowe można wyprowadzić interesującą nas transmitancję obiektu sterowania:

$$G(s) = \frac{\Theta_o(s)}{\Theta_m(s)} = \frac{\frac{c}{J}}{s^2 + \frac{b}{J}s + \frac{mgl+c}{J}}. \quad (3)$$

Do celów symulacyjnych przyjmijmy następujące wartości odpowiednich parametrów fizycznych: $m = 1, l = 1, c = 1, b = 1.5, g = 10$, co daje następującą szczególną postać transmitancji obiektu sterowania:

$$G(s) = \frac{\Theta_o(s)}{\Theta_m(s)} = \frac{1}{s^2 + 1.5s + 11}. \quad (4)$$

- 1.1 Zamodelować obiekt opisany transmitancją (4) w środowisku SIMULINK.
- 1.2 Porównując (4) ze standardową postacią transmitancji układów oscylacyjnych obliczyć wartości wszystkich parametrów charakterystycznych: k, ω_n, ζ .
- 1.3 Przeprowadzić symulację odpowiedzi obiektu (4) na wymuszenie $x(t) = 0.1 \cdot \mathbf{1}(t)$.
 - Czy obiekt sterowania odtwarza sygnał zadany w torze otwartym? Dlaczego?

2 Odtwarzanie poprzez zwiększanie rzędu astatyzmu

Technika związana ze zwiększaniem rzędu astatyzmu toru otwartego pozwala na eliminację ustalonego uchybu odtwarzania tylko dla klasy sygnałów wielomianowych postaci:

$$x_0(t) = X_0 \cdot \mathbf{1}(t) \quad (5)$$

$$x_1(t) = (X_0 + X_1 t) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (6)$$

$$x_2(t) = (X_0 + X_1 t + X_2 t^2) \cdot \mathbf{1}(t) \quad (7)$$

$$\vdots$$

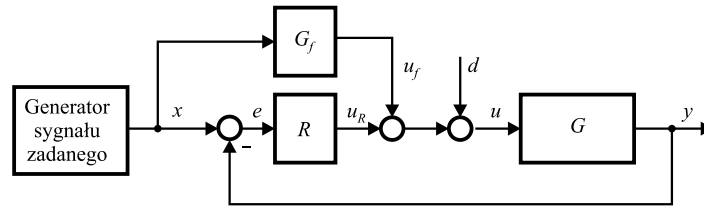
$$x_N(t) = (X_0 + X_1 t + X_2 t^2 + X_3 t^3 + \dots + X_N t^N) \cdot \mathbf{1}(t). \quad (8)$$

N -ty rząd astatyzmu występujący w torze otwartym układu regulacji gwarantuje śledzenie sygnałów zadanych z zerowym błędem ustalonym tylko w przypadku, gdy są one wielomianami co najwyżej stopnia $N - 1$. Zwiększanie rzędu astatyzmu realizuje się poprzez szeregowe włączanie w torze głównym tzw. elementów izodromowych (idealnych regulatorów PI):

$$G_{izd}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right). \quad (9)$$

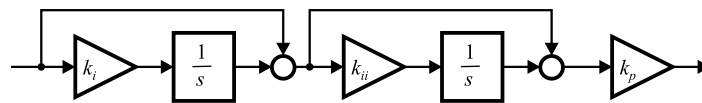
Operacja zwiększania rzędu astatyzmu niesie ze sobą ryzyko utraty stabilności w układzie regulacji oraz zwiększenie wrażliwości układu na szumy pomiarowe i występowanie zjawiska *wind-up* w układach rzeczywistych.

- 2.1 Zamodelować generator sygnału zadanego postaci: $x(t) = x_0(t) = 0.1 \cdot \mathbf{1}(t)$ (wielomian stopnia zerowego).
- 2.2 Zaproponować najprostszą strukturę regulatora $R_1(s)$ i URA z obiektem (4) gwarantującą odtwarzanie sygnału $x_0(t)$ (rys.2). Przeprowadzić symulację działania URA dla $k_p = 5, k_i = 1/T_i = 1$.
 - Czy obiekt sterowania odtwarza sygnał $x_0(t)$? Ile wynosi uchyb ustalony?



Rysunek 2: Schemat URA z regulatorem i sprzężeniem wyprzedzającym (w punkcie 2 należy przyjąć $G_f \equiv 0$).

- 2.3** Zamodelować generator sygnału zadanego postaci: $x(t) = x_1(t) = 0.1t \cdot \mathbf{1}(t)$ (wielomian stopnia pierwszego).
- 2.4** Przeprowadzić symulację działania URA z regulatorem $R_1(s)$ i zadanym sygnałem $x_1(t)$.
- Czy URA gwarantuje odtwarzanie sygnału $x_1(t)$? Dlaczego? Ile wynosi uchyb ustalony?
- 2.5** Zwiększyć rząd astatyzmu regulatora $R_1(s)$ poprzez szeregowo dołączenie dodatkowego elementu całkującego do już istniejącego bloku typu I i przeprowadzić symulację działania URA.
- Czy URA gwarantuje odtwarzanie sygnału $x_1(t)$?
 - Czy URA jest stabilny i czy można go ustabilizować poprzez zmianę wartości nastaw regulatora (wykonaj potrzebne symulacje)? Odpowiedź uzasadnij (wskazówka: oblicz i przeanalizuj postać transmitancji uchybowej układu).
- 2.6** Zamodelować regulator $R_2(s)$ o zwiększonym rzędzie astatyzmu w postaci szeregowego połączenia dwóch elementów izodromowych (równanie (9)) o różnych stałych czasowych zdwojenia: $k_i = 1/T_i = 1$, $k_{ii} = 1/T_{ii} = 0.5$ i wzmacniacza o wzmacnieniu $k_p = 5$ (patrz rys. 3). Przeprowadzić symulację działania URA z zadanym sygnałem $x_1(t)$.
- Czy URA gwarantuje odtwarzanie sygnału $x_1(t)$? Czy występują problemy ze stabilnością URA (porównaj transmitancję uchybową z bieżącego układu z transmitancją z punktu 2.5)?



Rysunek 3: Schemat blokowy szeregowego połączenia dwóch elementów izodromowych.

- 2.7** Zamodelować generator sygnału zadanego postaci: $x(t) = x_2(t) = 0.1t^2 \cdot \mathbf{1}(t)$ (wielomian stopnia drugiego).
- 2.8** Przeprowadzić symulację działania URA z regulatorem $R_1(s)$ i $R_2(s)$ oraz kolejno zadanymi sygnałami $x_2(t)$, $x_1(t)$, $x_0(t)$.
- Czy URA gwarantuje odtwarzanie sygnału $x_2(t)$? Dlaczego? Jak zachowuje się uchyb śledzenia w obu przypadkach?
- 2.9** Zamodelować regulator $R_3(s)$ o zwiększonym rzędzie astatyzmu w postaci szeregowego połączenia trzech elementów izodromowych (równanie (9)) o różnych stałych czasowych zdwojenia: $k_i = 1/T_i = 1$, $k_{ii} = 1/T_{ii} = 0.5$, $k_{iii} = 1/T_{iii} = 0.5$ i wzmacniacza o wzmocnieniu $k_p = 5$. Przeprowadzić symulację działania URA z zadanym sygnałem $x_2(t)$.
- Czy URA z regulatorem $R_3(s)$ gwarantuje odtwarzanie wszystkich sygnałów $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$? Dlaczego?

3 Odtwarzanie z wykorzystaniem sprzężenia w przód

Sprzężenie w przód (wyprzedzające) stosuje się do zadań śledzenia sygnałów zmiennych w czasie znanych a priori i posiadających ciągle pochodne do odpowiedniego rzędu włącznie. Wielkość rzędu zależy bezpośrednio od rzędu obiektu sterowania. Zastosowanie sprzężenia wyprzedzającego gwarantuje idealne śledzenie (z zerowym błędem ustalonym) dla szerszej klasy trajektorii niż zastosowanie metody zwiększania astatyzmu i dlatego odgrywa istotną rolę w realizacji zaawansowanych układów regulacji². Analiza teoretyczna układów z pętlą wyprzedzającą dowodzi (rys.2), iż transmitancja toru wyprzedzającego winna wynosić

$$G_f(s) = \frac{1}{G(s)},$$

gdzie $G(s)$ jest transmitancją obiektu regulacji. Ze względu na to, że powyższa transmitancja jest *niewłaściwa* (rzęd licznika > od rzędu mianownika), sprzężenie wyprzedzające należy zrealizować wykorzystując interpretację operatora s w dziedzinie czasu jako operatora różniczkowania.

- 3.1** Zamodelować generator trajektorii sinusoidalnej $x(t) = x_{sin}(t) = 0.1 \sin(0.5t) \cdot \mathbf{1}(t)$.
- 3.2** Zasymulować działanie URA (bez sprzężenia do przodu) kolejno z regulatorami $R_0(s) = k_p = 5$, $R_1(s)$, $R_2(s)$, $R_3(s)$ dla sygnału zadanego $x_{sin}(t)$.
- Czy powyższy URA z regulatorami $R_0(s)$, $R_1(s)$, $R_2(s)$, $R_3(s)$ gwarantuje odtwarzanie sygnału $x_{sin}(t)$? Dlaczego?
- 3.3** Zaprojektować i zamodelować pętlę sprzężenia wyprzedzającego dla trajektorii $x_{sin}(t)$. Zaproponować i zamodelować regulator o najprostszej strukturze gwarantujący wraz z pętlą wyprzedzającą odtwarzanie sygnału $x_{sin}(t)$.
- Jaką rolę spełnia teraz regulator? Jaka jest interpretacja sygnału wyprzedzającego?

²W robotyce często wymaga się realizacji sygnałów wielomianowych stopnia trzeciego lub piątego, a układy regulacji projektuje się zwykle w oparciu o techniki sprzężenia wyprzedzającego.

- 3.4** Przeprowadzić symulacje działania URA ze sprzężeniem wyprzedzającym oraz kolejno regulatorami $R_0(s) = k_p = 5$, $R_1(s)$ i $R_2(s)$ włączając dodatkowo sygnał zakłócający w torze sterowania od 20[s] czasu symulacji – analizę przeprowadzić dla trzech rodzajów zakłóceń:

$$\begin{aligned} d_0(t) &= 0.5 \cdot \mathbf{1}(t - 20), \\ d_1(t) &= 0.5t \cdot \mathbf{1}(t - 20), \\ d_{sin}(t) &= [0.2 \sin(t) + 0.2 \sin(0.3t)] \cdot \mathbf{1}(t - 20). \end{aligned}$$

- Czy powyższy URA tłumi wpływ wszystkich rodzajów zakłóceń? Odpowiedź skomentować.

- 3.5** Zaprojektować i zamodelować pętlę sprzężenia wyprzedzającego dla trajektorii $x_2(t) = 0.1t^2\mathbf{1}(t)$ (wielomian stopnia drugiego). Przeprowadzić symulacje działania URA ze sprzężeniem wyprzedzającym oraz regulatorem proporcjonalnym $R_0(s) = k_p = 5$.

- Czy można zagwarantować odtwarzanie sygnału $x_2(t)$ stosując sprzężenie wyprzedzające?
- Jakie są wady i zalety podejścia opartego o zwiększanie astatyzmu i podejścia ze sprzężeniem wyprzedzającym – porównaj obie metody na przykładzie odtwarzania sygnału $x_2(t)$.

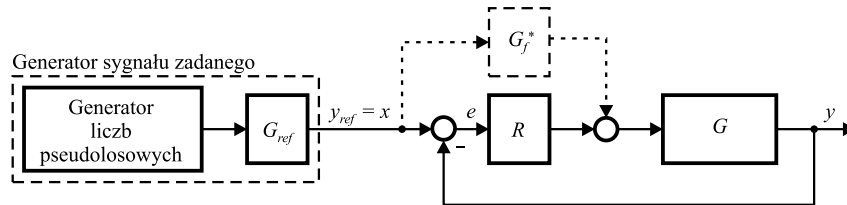
4 Nadążanie za sygnałami nieanalitycznymi

Do grupy sygnałów nieanalitycznych zaliczać będziemy sygnały, które nie posiadają jawnego funkcyjnego opisu matematycznego znanego a’priori. Przykładem takich sygnałów są np. czasowe przebiegi odpowiedzi systemów, których praca wynika między innymi z oddziaływania zmiennych losowych lub o pracy których wiedza jest ograniczona. Zadanie nadążania polega na jak najdokładniejszym *naśladowaniu* systemu referencyjnego poprzez śledzenie odpowiedzi tegoż systemu.

Rozważymy zadanie nadążania wynikające z potrzeby współpracy końcówki ogniwa manipulatora (4) z końcówką innego manipulatora referencyjnego modelowanego transmitancją:

$$G_{ref}(s) = \frac{1}{s^2 + 1.5s + 3} \quad (10)$$

przy założeniu, że zachowanie się manipulatora referencyjnego wynika z pobudzenia go wolnozmiennym i odcinkami stałym sygnałem pseudolosowym. Skoro sygnał odpowiedzi manipulatora referencyjnego (10) (stanowiący teraz jednocześnie sygnał zadany dla URA z obiektem sterowania (4)) jest nieznany a’priori, to również pochodne tego sygnału nie są znane a’priori. Nie można zatem zrealizować pętli wyprzedzającej w klasycznym sensie.



Rysunek 4: Schemat URA dla nieanalitycznych sygnałów zadanych.

- 4.1 Zamodelować generator sygnału zadanego (referencyjnego) w postaci obiektu (10) pobudzanego sygnałem pseudolosowym (blok *Uniform Random Number* SIMULINK'a z parametrami: $-0.5; 0.5; 100; 5$).
- 4.2 Przeprowadzić symulacje działania URA (z generatorem sygnału nieanalitycznego) kolejno z regulatorami $R_0(s), R_1(s), R_2(s), R_3(s)$ (rys.4).
- Porównać działanie układu nadążnego dla wszystkich powyższych typów regulatorów.
 - Czy układ nadążny gwarantuje dla jakiegokolwiek z regulatorów odtwarzanie sygnału referencyjnego? Odpowiedź skomentować.
- 4.3 Przeanalizować możliwość realizacji pętli wyprzedzeniowej z dynamiką $G_f^*(s)$ w przypadku sygnałów nieanalitycznych w inny sposób niż klasyczny. Zasymulować działanie i ocenić jakość nadążania takiego układu.

□