

Układy Regulacji Automatycznej

Politechnika Poznańska
Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów

ĆWICZENIE 2

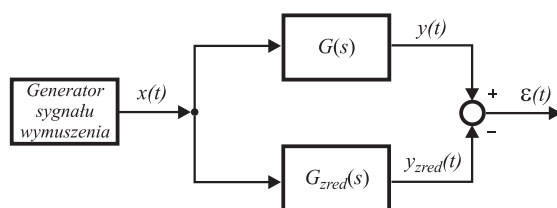
APROKSYMACJA LINIOWYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze skutkami aproksymacji układów dynamicznych modelami obiektów niższych rzędów lub ze zredukowaną liczbą zer. Wykonanie ćwiczenia powinno uzmysłwić stopień zmian wynikających z zastosowanego przybliżenia. W trakcie ćwiczenia stosowana będzie także popularna metoda aproksymacji układów wyższych rzędów układem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem w celu porównania z efektami przybliżania poprzez pomijanie biegunów nieznaczających.

1 Wpływ stabilnych i niestabilnych zer na dynamikę układu

Stabilne i niestabilne zera pojawiające się w transmitancji mają wpływ na cechy dynamiczne obiektów, a tym samym na charakter ich odpowiedzi czasowych i częstotliwościowych. Badanie tego wpływu przeprowadzane będzie w oparciu o obiekt inercyjny trzeciego rzędu o następującej transmitancji operatorowej:

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)}. \quad (1)$$



Rysunek 1: Schemat blokowy do analizy obiektów oryginalnych i zredukowanych.

- 1.1 Zbadać podstawowe właściwości dynamiczne obiektu (1) wykreślając charakterystyki Nyquista i Bodego oraz odpowiedź impulsową i skokową.
- 1.2 Zmodyfikować obiekt (1) wprowadzając do transmitancji stabilne zero:

$$G(s) = \frac{(s+1)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \quad (2)$$

i zbadać podstawowe właściwości dynamiczne otrzymanego obiektu. Wyniki porównać z wynikami z punktu 1.1.

- *Którego rzędu jest otrzymany obiekt? Czy jest stabilny? Jakie jest wzmocnienie statyczne obiektu?*
- *Czy obiekt ten jest minimalnofazowy? Odpowiedź skonfrontować z charakterystykami częstotliwościowymi. Jaki wpływ na stabilność układu zamkniętego (z obiektem (2)) ma wprowadzenie stabilnego zera?*
- *Jaki jest wpływ wprowadzonej zmiany na wartość ustaloną odpowiedzi skokowej, a jaki na jej charakter przejściowy?*

- 1.3 Rozważyć dwa obiekty, w których wprowadzono niestabilne zero (porównaj (1)):

$$G_a(s) = \frac{-(s-1)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \quad (3)$$

oraz

$$G_b(s) = \frac{(s-1)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \quad (4)$$

i zbadać ich podstawowe właściwości dynamiczne. Wyniki porównać z wynikami z punktu 1.1 i 1.2.

- *Którego rzędu są badane obiekty? Czy są stabilne?*
- *Czy obiekty te są minimalnofazowe? Odpowiedź skonfrontować z charakterystykami częstotliwościowymi.*
- *Czym różni się charakterystyka statyczna badanych obiektów (podać wzmocnienia)?*
- *Jaki jest wpływ wprowadzonej zmiany na wartość ustaloną odpowiedzi skokowej, a jaki na jej charakter przejściowy?*

2 Pomijanie zer niedominujących

Badanie skutków pomijania zer niedominujących przeprowadzone będzie w oparciu o obiekty opisane następującymi transmitancjami:

$$G_1(s) = \frac{2(s+25)}{(s+2)(s+3)}, \quad (5)$$

$$G_2(s) = \frac{10(100s+1)}{(s+2)(s+3)}, \quad (6)$$

$$G_3(s) = \frac{10(s+1)(10s+1)}{(s+2)(s+3)}, \quad (7)$$

$$G_4(s) = \frac{10(s+1)(10s+1)}{(s+0.1)(s+0.2)}. \quad (8)$$

- 2.1 Dla podanych transmitancji (5,6,7,8) wskazać zera dominujące i niedominujące.
- 2.2 W środowisku SIMULINK zamodelować układ, który pozwoli na obserwację odpowiedzi impulsowych i skokowych obiektów opisanych transmitancjami (5), (6), (7) i (8).
- 2.3 Dokonać uproszczenia transmitancji obiektów (5) i (6) poprzez pominięcie zer, natomiast obiektów (7) i (8) poprzez pominięcie zera niedominującego.
- 2.4 Zmodyfikować układ w SIMULINKU tak, by możliwe było obserwowanie odpowiedzi obiektów oryginalnych $y(t)$ i zredukowanych $y_{zred}(t)$ – rys. 1. Dodatkowo wykreślić przebiegi błędów aproksymacji odpowiedzi odpowiednich par układów:

$$\epsilon(t) = y(t) - y_{zred}(t). \quad (9)$$

- Jaki wpływ ma zastosowanie redukcji zer na charakter odpowiedzi impulsowych i skokowych? Jaki wpływ ma zastosowanie redukcji zer na kształt charakterystyk częstotliwościowych (wykorzystać polecenie ltiview)?

3 Pomijanie biegunów niedominujących

Zmniejszenie rzędu modelu obiektu można przeprowadzić przez pominięcie biegunów niedominujących¹. Redukcję rzędu przeprowadza się głównie w celu uproszczenia struktury systemu sterowania, co prowadzi do zmniejszenia złożoności obliczeniowej procedury doboru nastaw regulatorów.²

Badanie skutków wprowadzenia tego typu uproszczeń przeprowadzone będzie w oparciu o obiekty opisane następującymi transmitancjami:

$$G_5(s) = \frac{20}{(s+10)^2(s+0.2)(s+1)}, \quad (10)$$

$$G_6(s) = \frac{6.25}{(s+5)(s^2+s+1.25)}, \quad (11)$$

$$G_7(s) = \frac{0.0625}{(s+0.05)(s^2+s+1.25)}, \quad (12)$$

$$G_8(s) = \frac{5}{(s+10)(s^2+10.05s+0.5)}, \quad (13)$$

$$G_9(s) = \frac{5}{s(s+5)}, \quad (14)$$

$$G_{10}(s) = \frac{10000}{(s+10)^2(s-100)}. \quad (15)$$

- 3.1 Dla podanych transmitancji (10)-(15) wskazać bieguny dominujące i niedominujące.
- 3.2 W środowisku SIMULINK zamodelować układ, który pozwoli na obserwację odpowiedzi impulsowych i skokowych obiektów opisanych transmitancjami (10)-(15).

¹Pomijanie biegunów właściwe jest tylko dla biegunów stabilnych!

²Synteza URA dla obiektów uproszczonych (tj. z pominięciem biegunów niedominujących) może nie dawać oczekiwanych rezultatów i skutkować np. niestabilnością układu zamkniętego. Dlatego po wykonaniu syntezy należy zweryfikować uzyskane wyniki dla pełnego modelu obiektu.

3.3 Dokonać uproszczenia transmitancji obiektów poprzez pominięcie biegunów niedominujących.

- Czy możliwe jest przeprowadzenie redukcji więcej niż jednokrotnej?

3.4 Zmodyfikować układ w SIMULINKU tak, by możliwe było obserwowanie odpowiedzi skokowych obiektów oryginalnych $y(t)$ i zredukowanych $y_{zred}(t)$ – rys. 1. Przeprowadzić symulacje odpowiedzi skokowych obiektów oryginalnych i zredukowanych. Dodatkowo wykreślić przebiegi błędów aproksymacji odpowiedzi odpowiednich par układów:

$$\epsilon(t) = y(t) - y_{zred}(t). \quad (16)$$

- Czy pominięcie biegunów nieznaczających zmienia charakter odpowiedzi czasowych obiektu? Czy takie uproszczenie jest dopuszczalne?
- Czy charakter pomijanych biegunów (rzeczywiste/zespolone) ma wpływ na błąd aproksymacji i charakter odpowiedzi czasowych obiektów zredukowanych?

3.5 Wykreślić charakterystyki częstotliwościowe obiektów oryginalnych i zredukowanych (wykorzystać polecenie *ltiview*).

- Czy pominięcie bieguna niedominującego zmienia kształt charakterystyk częstotliwościowych? Czy jest to zmiana jakościowa czy tylko ilościowa?

3.6 Dla obiektu o transmitancji $G_6(s)$ zaprojektowano prosty układ regulacji z regulatorem proporcjonalnym. Syntezę układu wykonano dla modelu zredukowanego przez pominięcie bieguna niedominującego (dla $s = -5$) i przyjęto wzmocnienie regulatora $k_p = 20$. Po syntezie URA dla pełnego modelu obiektu wzmocnienie regulatora ograniczono do wartości $k_p = 2$. Wykreślić odpowiedzi skokowe URA (z obiektem oryginalnym G_6) dla obu wartości wzmocnienia k_p regulatora.

- Czy synteza regulatora uzyskana dla zredukowanego modelu obiektu gwarantuje stabilną pracę URA? Odpowiedź uzasadnić w oparciu o charakterystyki Bodego otwartego URA (z obiektem oryginalnym G_6) dla obu wartości wzmocnienia k_p regulatora wynoszących odpowiednio 20 i 2.
- Czy pomijanie biegunów niedominujących jest zawsze uzasadnione? Na co należy zwrócić uwagę przy projektowaniu URA z uproszczonym modelem obiektu?

4 Aproksymacja obiektem inercyjnym z opóźnieniem

Często stosowaną metodą aproksymacji obiektów inercyjnych wyższych rzędów (statycznych) jest zastępowanie ich obiektem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem:

$$G_a = \frac{k_a}{1 + sT_a} e^{-sT_o}. \quad (17)$$

Zastosujemy tę metodę do aproksymacji obiektu opisanego transmitancją (10) w celu jej jakościowego porównania z metodą aproksymacji polegającą na redukcji rzędu obiektu (pomijanie biegunów niedominujących).

- 4.1 Dokonać uproszczenia transmitancji obiektu (10) poprzez pominięcie biegunów niedominujących.
- 4.2 W środowisku SIMULINK zamodelować układ, który pozwoli na obserwację odpowiedzi skokowej obiektu (10) oraz obiektów zredukowanych (z uwzględnieniem wszystkich poziomów uproszczeń).
- 4.3 Dokonać aproksymacji obiektu (10) obiektem inercyjnym pierwszego rzędu z opóźnieniem.
- *Czy sposób aproksymacji jest zależny od początkowego rzędu obiektu redukowanego?*
 - *Czy zasady stosowania tej metody są precyzyjnie określone? A jak jest w przypadku pomijania biegunów niedominujących?*
- 4.4 Zmodyfikować układ w SIMULINKU tak, by możliwe było obserwowanie i porównanie odpowiedzi skokowych obiektu oryginalnego oraz wszystkich obiektów aproksymujących system (10).
- *Która metoda aproksymacji obiektu jest precyzyjniejsza? Jakie kryteria bierzemy tutaj pod uwagę?*

